



TITLE:

スピングラスの平均場理論と  
Ultrametricity(スピングラス(リエン  
トラント転移を中心として),研究会  
報告)

AUTHOR(S):

根本, 幸児

---

CITATION:

根本, 幸児. スピングラスの平均場理論とUltrametricity(スピングラス  
(リエントラント転移を中心として),研究会報告). 物性研究 1987, 48(1):  
68-70

ISSUE DATE:

1987-04-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92458>

RIGHT:

存在するのは、興味深いことである。

次に、交流磁場中での最近接相互作用をもつ二次元Ising強磁性体がモンテカルロ (MC) 法により調べられた。交流磁場は、 $i$  番目のMC steps per spin (MCS)での外場の大きさを  $h_{ac} \cos((i-1)\nu)$  とすることによって印加された。分子場近似のときと同様に、ほぼ定常状態に到達するまで待ち、その後のMCSのフーリエ分解により、磁化のフーリエ成分が得られた。図3に、周期境界条件をもつ大きさ  $70 \times 70$  の正方格子で  $h_{ac} = 0.1$ ,  $n = 240$  (ここで、 $\nu = 2\pi/n$ ) のときの  $m_0$ ,  $\text{Re}\chi_1 = 2 \text{Re} m_\nu / h_{ac}$ ,  $\text{Im}\chi_1 = 2 \text{Im} m_\nu / h_{ac}$  の振舞を示す。ここで、1つの交換相互作用  $J_{ij}$  の大きさが1ととられているので零磁場転移温度  $T_0$  は、2.27である。分子場近似のときと同様に、 $\text{Re}\chi_1$  のくぼみのところで、静的磁化  $m_0$  の急激な増加をみる。これは、最近接相互作用をもつ二次元Ising強磁性体での交流磁場中での相転移を強く示唆する。そこで、 $\text{Re}\chi_1$  の極小点を相転移温度とみなし、 $n = 60, 120, 240, 480$  のときの  $T - h_{ac}/4$  面での相図を図2(b)に示す。弱磁場振巾での零磁場転移温度からのずれは、 $n = 60$  では分子場近似のときと同様に、ほぼ  $h_{ac}^2$  に比例する様子がみえる。静的極限で、臨界曲線が有限磁場振巾のところに存在するかどうかについては、ここでのデータからだけでは、はっきりしたことは言えないようである。しかし、2つの極小状態を隔てる自由エネルギー障壁の考察から、それは存在しないのではないかと思われる。

## 参考文献

- 1) S. Chikazawa, C. J. Sandberg and Y. Miyako: J. Phys. Soc. Jpn. **50** (1981) 2884.
- 2) T. Shirakura and H. Takayama: J. Phys. **C19** (1986) L459.
- 3) H. Takayama, T. Shirakura and K. Nemoto: Prog. Theor. Phys. Suppl. to be published.
- 4) M. Suzuki and R. Kubo: J. Phys. Soc. Jpn. **24** (1968) 51.
- 5) K. Wada and H. Takayama: Prog. Theor. Phys. **64** (1980) 327.

## スピングラスの平均場理論と Ultrametricity

北大・理 根本 幸児

スピングラス (SG) 状態では自由エネルギー空間 (F空間) に多数の谷が存在し、温度低下と共にその構造がより複雑になっていく。このような直観的で理解しやすい描像を直接当ては

めることのできそうな最初の模型がSGの平均場模型(SK模型)であるといえる。レプリカ法によればSK模型では谷構造が階層性を持っていると予想されている。以下ではその予想の出所を概観しそこからの発展の方向を考えてみる。<sup>1)</sup>

イジングSK模型では各々の谷は無限の高さの障壁に囲まれている。そこで谷の極小点を純粋状態(pure state)と呼ぶことにすると、SG転移はF空間が多数の純粋状態に分割することに伴う転移と考えられる。具体的には各々のスピンの磁化 $\{m_i, i=1 \sim N\}$ ( $N$ は全スピン数)を変数とするThoulessらの自由エネルギー表式によってF空間を考えることができる。さて、純粋状態は自由エネルギー的にほぼ縮退しているので、統計力学的平均には複数の純粋状態が参加することを考慮しなければならない。そのとき重要となる量は純粋状態間の重なり分布関数 $P(q)$ である。 $\{m_i^a\}$ を $a$ 番目の純粋状態、 $F_a$ をその自由エネルギーとすれば

$$P(q) = \langle \sum_{a,b} P_a P_b \delta(q - q_{ab}) \rangle_J \quad (1)$$

$$P_a = \exp(-\beta F_a) / \sum_a \exp(-\beta F_a) \quad (2)$$

$$q_{ab} = \frac{1}{N} \sum_i m_i^a m_i^b \quad (3)$$

レプリカ法による自由エネルギーは秩序変数関数 $q(x)$ の汎関数として与えられるが、適当な対応づけの後、(1)式は

$$P(q) = \frac{dx}{dq} \quad (4)$$

と計算される。実際、図1に示すように(1)式と(4)式から得られる $q(x)$ (ヒストグラム)はレプリカ法による計算(曲線)とよく一致している。<sup>2)</sup>

純粋状態のF空間中の幾何学的性質は次の3状態重なり分布関数に特徴づけられる

$$P(q_1, q_2, q_3) = \langle \sum_{a,b,c} P_a P_b P_c \times \delta(q_1 - q_{bc}) \delta(q_2 - q_{ca}) \delta(q_3 - q_{ab}) \rangle \quad (5)$$

(4)式と同様なレプリカ法との対応づけから(5)式は $q_1 \geq q_2 = q_3$ とその置換対称の領域にしか値を持たないことが示される。このことは純粋状態が $q$ を指標とする階層性を持つことを意味している( $q$ を適当なF空間の距離と関係づければ、その距離空間は超計量性(ultrametri-

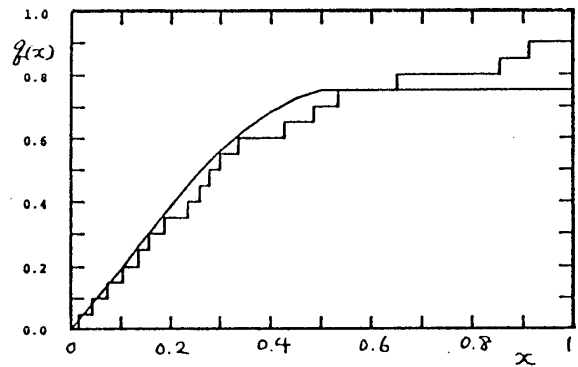


図1 秩序変数関数 $q(x)$  ( $T=0.4$ )

city) をもつことになる<sup>3)</sup>。数値解析からもこのことを示唆する結果が得られている。<sup>4, 5)</sup> 例えば(5)式を最も大きい  $q$  について積分して得られる2変数関数  $P(q_1, q_2)$  は  $q_1 = q_2$  にのみ値を持つが、図2に示す等高線は確かにその傾向をみせている。<sup>5)</sup>

以上のように、レプリカ法によって純粋状態の統計的性質を解析できるということが確かだとすれば、SK模型のF空間は階層的な谷構造を持っていることになる。そうすると温度の低下と共に純粋状態が階層的に(細胞分裂的に)増加するという描像が真実味を帯びてくる(この描像は以前から磁化-温度曲線の履歴現象の定性的説明に使われてきた<sup>6)</sup>)。この逐次分裂が温度に対して稠密に起これば、SG相は無限連続転移領域となり、常に臨界状態にあるという性質も理解できる。しかしこれについての定量的な議論はまだされていないようである(階層性の数値解析にも難しい点が多いそうである)。一方SK模型を離れて、階層性を持つ空間での緩和も議論されており、べき関数、引き延ばされた指数関数などに従う長緩和の可能性が指摘されている。<sup>7)</sup>

平均場理論ではF空間の複雑な構造を統計力学的に扱うことが出来そうであり、その方法、概念の適用範囲がどの程度であるか興味深いところである。

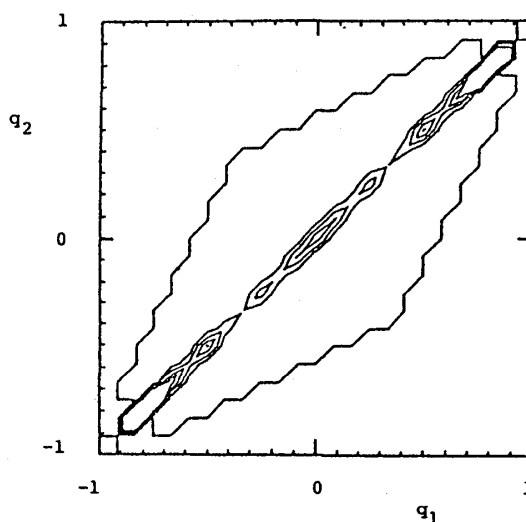


図2  $P(q_1, q_2)$  の等高線 ( $T=0$ )

## 参考文献

- 1) 最近の SG のレビューとして K. Binder & A. P. Young, Rev. Mod. Phys. **58** (1986) 801.
- 2) K. Nemoto, J. Phys. **C20** (1987) in press.
- 3) Ultrametricity のレビューとして R. Rammal, G. Toulouse & M. A. Virasoro, Rev. Mod. Phys. **58** (1986) 765.
- 4) N. Parga, G. Parisi & M. A. Virasoro, J. Physique Lett. **45** (1984) L1063; R. N. Bhatt & A. P. Young, J. Magn. Magn. Mater. **54-57** (1986) 191.
- 5) K. Nemoto, in preparation.
- 6) R. G. Palmer, Adv. Phys. **31** (1982) 669.
- 7) R. G. Palmer, D. L. Stein, E. Abrahams & P. W. Anderson, Phys. Rev. Lett. **53** (1984) 958; A. T. Ogielski & D. L. Stein, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 1634.